

---

# 東北芸術工科大学 紀要

## BULLETIN OF TOHOKU UNIVERSITY OF ART & DESIGN

第23号 2016年3月

CO2排出量変化の微分方程式による国家群分析の可能性

Possibility of Analyzing National Groups by Differential Equations of CO2 Emission Changes.

古藤 浩 | Hiroshi KOTO

---

# CO<sub>2</sub>排出量変化の微分方程式による国家群分析の可能性

## Possibility of Analyzing National Groups by Differential Equations of CO<sub>2</sub> Emission Changes.

古藤 浩 | Hiroshi KOTO

---

In this study, many countries are classified from the viewpoint of the CO<sub>2</sub> emission by using the simultaneous differential equations. We can use the classification as a technique for considering countries as whether the country is in the developmental stage or in the decline stage. Moreover, because the CO<sub>2</sub> emission relates to the efficiency of the energy utilization, the directionality of the long term development of that countries can be examined by this analysis. We analyze by 2 varieties of indexes, one is the annual CO<sub>2</sub> emission per one person (The unit: t) and the other is CO<sub>2</sub> emissions for GDP\$1 (The unit: kg) because it is thought that the CO<sub>2</sub> emission greatly depends on the countries scale.

We can get the data from the database of the United Nations. The simultaneous differential equations are used for the analysis. Then, the classification arrangement of countries seen from the mechanism of the change “Two nations that the glance is in a different situation are applying to the differential equation of actually almost the same coefficient” becomes possible.

---

### 1. はじめに

本研究では微分方程式を利用してCO<sub>2</sub>排出量の観点から国家の分類を行う。分類は国家が発展段階にあるか衰退段階にあるかなどを考える材料となる。また、CO<sub>2</sub>排出量はエネルギー利用の効率性とも関係するので、この分析によって無駄をなくす方向に変化してきているかなど、国家の発展(衰退)の方向性も考察できる。

CO<sub>2</sub>排出量は国家規模に大きく依存すると考えられるので、一人・年あたりCO<sub>2</sub>排出量(単位:t)と、GDP\$1あたりCO<sub>2</sub>排出量(単位:kg)の2種類の指標から考える。これら2種類の指標値の1990年以降の値は国際連合のデータベース<sup>6)</sup>から容易に得ることができる。2010年の統計では世界全体での一人・年あたりCO<sub>2</sub>排出量は5.3t、GDP\$1あたりの排出量は0.45kgと見積もられている<sup>67)</sup>。また、標準偏差は、一人・年あたりCO<sub>2</sub>排出量が6.5t、GDP\$1あたりCO<sub>2</sub>排出量が0.29kgであり、国家間の差異が大きい。

また日本国の2010年の一人あたりCO<sub>2</sub>排出量は9.3t、GDP\$1あたりの排出量は0.30kgと見積もられている。世界平均と比べると、日本は一人あたりでは2倍近い量のCO<sub>2</sub>を排出しているが、\$1を稼ぐために使うCO<sub>2</sub>の量は世界平均の3分の2ほどといえる。

分析には微分方程式を用いる。すると“一見異なる状況にある二国家が実はほぼ同じ係数の微分方程式に従っている”といった変化のメカニズムからみた国家の分類整理が可能になる。そして二つの知見を得ることができる。

一つ目の知見は、“ある国家は別な国家の状況をt年遅れで追っている関係(追随)にある”という解釈の可能性で

ある。複数国家のデータを複合的に活用して予測に活用できる可能性を示唆する。

二つ目の知見は、ある国家の位置を政策によって、一時的・一気にジャンプさせることで、変化の方向性を大きく変化させる可能性を知ることである。小さな投資で長い目ではずっと望ましい方向に誘導できれば重要な知見と成りえよう。

## 2. 微分方程式モデル

### 2.1 モデルの説明と求解

本研究は線形連立微分方程式モデルによって考えていく。国家*i*の一人あたりCO<sub>2</sub>排出量を*x*、GDP\$1あたりCO<sub>2</sub>排出量を*y*と書く。ここで、指標*x*,*y*は時刻*t*の関数とする。そして、各国家に固有な係数*a<sub>i</sub>*, *b<sub>i</sub>*, *r<sub>i</sub>*, *s<sub>i</sub>*, *p<sub>i</sub>*, *q<sub>i</sub>*によって式(1)のようにモデルを与える。

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a_i(x - p_i) + b_i(y - q_i) \\ \frac{dy}{dt} &= r_i(x - p_i) + s_i(y - q_i)\end{aligned}\quad (1)$$

式(1)では、一人あたりCO<sub>2</sub>排出量・GDP\$1あたりCO<sub>2</sub>排出量の变量は、その時点での2つの指標値に比例すると考える。そして、係数*p<sub>i</sub>*, *q<sub>i</sub>*で与えられる閾値で、増減の符号が逆転すると考える。

これは次のような考えによるモデルである。微分は瞬間的な変化を意味するが、データ分析では経年推移データを扱うので、「年次変化」と呼んで説明する。まず、CO<sub>2</sub>の排出量は、エネルギー消費量に比例するだろうと考えられる。つぎに消費量が大きければ、年次変化の変動幅も大きいだろうと考えられる。ただ年次変化は国家の状況に影響されるだろう。そして、国家ごとの顕在的・潜在的な目標に応じてその変化傾向が決まると考える。例えば、国家でのエネルギーを得るための支出があまり大きければそれを減らす方向に変化していきだろうと考えられる。それは料金の高さによるものかもしれないし、税率の調整など国家的な政策による影響かもしれない。

本研究では縦軸に*x*、横軸に*y*をおいた相平面上<sup>5)</sup>で分析する。閾値は座標(*p<sub>i</sub>*, *q<sub>i</sub>*)で与えられ、微分方程式から与

えられる運動学的な視点では不動点となる。

ここで、

$$\begin{aligned}c_i &= -(a_i p_i + b_i q_i) \\ u_i &= -(r_i p_i + s_i q_i)\end{aligned}\quad (2)$$

とにおいて、式(1)を整理すれば、

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a_i x + b_i y + c_i \\ \frac{dy}{dt} &= r_i x + s_i y + u_i\end{aligned}\quad (1)$$

となる。なお、不動点は次の式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} p_i \\ q_i \end{bmatrix} = \frac{1}{a_i s_i - b_i r_i} \begin{bmatrix} -s_i & b_i \\ r_i & -a_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_i \\ u_i \end{bmatrix}\quad (3)$$

式(1)を時刻*t*で二階微分すれば、定数項が除かれ同次線形連立微分方程式(4)となるので、

$$\begin{aligned}\frac{d^2 x}{dt^2} &= a_i \frac{dx}{dt} + b_i \frac{dy}{dt} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} &= r_i \frac{dx}{dt} + s_i \frac{dy}{dt}\end{aligned}\quad (4)$$

は固有値問題として解くことができる。すなわち式(4)の特性方程式

$$\begin{vmatrix} a_i - \lambda & b_i \\ r_i & s_i - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

から求められる固有値*λ<sub>1</sub>*, *λ<sub>2</sub>*とそれらに対応する固有ベクトル*h<sub>1</sub>*, *h<sub>2</sub>*から、式(5)のような一階微分方程式に変形できる。

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = k_1 \exp(\lambda_1 t) \mathbf{h}_1 + k_2 \exp(\lambda_2 t) \mathbf{h}_2\quad (5)$$

(*h<sub>1</sub>*, *h<sub>2</sub>*は固有値*λ<sub>1</sub>*, *λ<sub>2</sub>*に属する固有ベクトル、*k<sub>1</sub>*, *k<sub>2</sub>*は任意定数。)

なお、固有値*λ<sub>1</sub>*, *λ<sub>2</sub>*は

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} \left( a_i + s_i \pm \sqrt{(a_i - s_i)^2 + 4b_i r_i} \right)\quad (6)$$

と求められる。式(5)を積分することで、式(1)の解を式(7)と

して得る。さらに、固有ベクトルのy側の係数を1とすれば、式(7)のように書くことができる。

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = k_1 \exp(\lambda_1 t) \mathbf{h}_1 + k_2 \exp(\lambda_2 t) \mathbf{h}_2 + \begin{bmatrix} c_i \\ u_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = k_1 \exp(\lambda_1 t) \begin{bmatrix} b_i / (\lambda_1 - a_i) \\ 1 \end{bmatrix} + k_2 \exp(\lambda_2 t) \begin{bmatrix} b_i / (\lambda_2 - a_i) \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_i \\ u_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここで、 $b_i / (\lambda_j - a_i) (j=1,2)$ は $(\lambda_j - s_i) / r_i$ に差し替えても構わない。

式(4)、式(7)によって得られる相平面は、係数 $\lambda_1, \lambda_2$ の符号等の条件によっていくつかに分類できる。それは、時間経過によって不動点に向かう(安定)か逆方向か(不安定)またはそれらの中間の不動点が「とうげ」となるかの区別、そして弧を描く軌道となるか、渦を巻く軌道となるかという区別による<sup>1)</sup>。なお、渦を巻く軌道は式(6)において平方根内が負値となる場合、すなわち固有値が複素数の場合に発生する。

## 2.2 微分方程式モデルの運動学的な傾向

浅野・和達(1987)を参考に式(4)の微分方程式の運動学的な傾向(解の分類)を簡単に説明する。同次方程式の解の分類が、本研究の結果の理解にもつながる。それは、固有値の正負、固有値が複素数となるかどうかが鍵となる。なお、この節の図は参考文献1)の写しである。

解の分類は、(1)不動点<sup>1</sup>が安定かどうか、(2)不動点へ近づいていく、または離れていく軌道の傾向の3種類の大分類、による6種類にされる。式(3)の同次連立微分方程式の不動点は原点となる。

図1は実数固有値を得る場合の解軌道で、矢印はtが大きくなる進む方向を示す。固有値 $\lambda_1, \lambda_2$ が二つとも負の場合は安定した不動点となるし、二つとも正の場合は不安定な不動点となる。二つの固有値の符号が異なる場合の不動点は「とうげ点」と呼ばれ、図2のような軌道となる。なお、軸の値が $\eta, \xi$ となっているが、これは直角軸をたどる軌道に変形したことを意味する。すなわち、x,y平面での軌道を平行

四辺形型にアフィン変換したと考えればよい。便宜的に図1のパターンを「安定軌道」「不安定軌道」、図2のパターンを「とうげ軌道」と呼ぶ。

二つの固有値が複素数となる場合の軌道は図3のようになる。ここで $\mu$ は複素数解の実数部の符号を意味する。図3のパターンを便宜的に「安定うずまき」「不安定うずまき」と呼ぶことにする。このほかに重解の場合など、いくつか特殊な軌道が現れる場合があるが、実データを対象とする場合、そのようなパターンはまず現れないので紹介を略す。

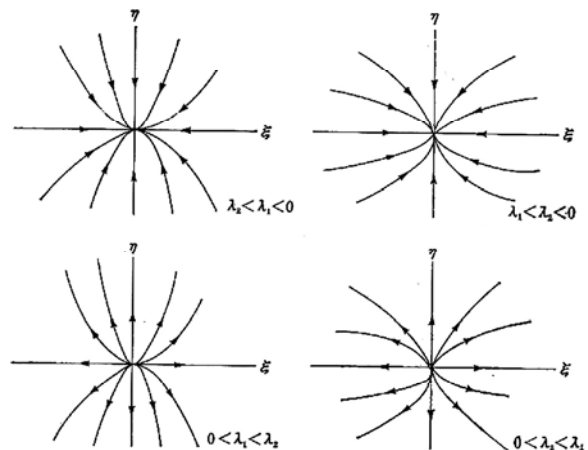


図1 実数固有値を得る場合の解軌道(引用元:浅野・和達(1987))

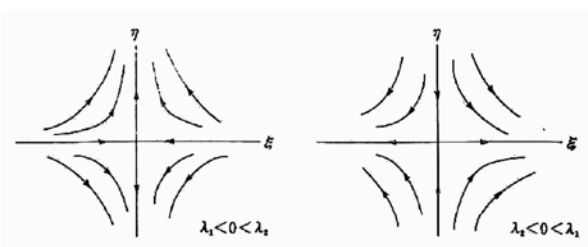


図2 とうげ点(引用元:浅野・和達(1987))

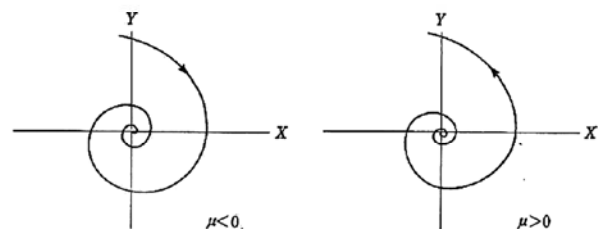


図3 うずまき点(引用元:浅野・和達(1987))

註

1 相平面解析では、不動点は「結節点」と呼ばれることもある。

### 3. 国家・10年単位での微分方程式当てはめ

本研究では国家の地理的な位置や政治・経済的状況によってエネルギー排出の変化傾向は異なるを考える。そこで、ここでは国家・10年間単位で微分方程式を当てはめた結果を分析する。

本研究では式(1')を差分方程式で近似し、(1')の未知数 $a_i, b_i, c_i, r_i, s_i, u_i$ を最小二乗法で推定する。国連データベースにおいて1990年～2000年、2000年～2010年に10年単位で6時点以上のデータが存在する国家について分析した。国家名のリストは表1に示す。ただし国名の右に「\*」がある4ヶ国は2000年代のみの分析対象となる。以上によって、155ヶ国306セットのデータから国別にパラメータを推定した。以降では、各国家のデータを年代別個別に“データセット”と呼ぶ。

式(1)へのあてはめは、各データセットについて2本の式に当てはめるので20データによる推定となる(一部国家は12～18データからの分析)。いくつかデータセット個別の当てはめ例を図5に示す。

図4(a)は中国2000年代の動きである。太線が実際のデータの動き、図内のたくさんの細線が当てはめによって導かれたパラメータによる微分方程式による相平面を示す。この場合はとうげ軌道となっている。そして、一人あたり

CO<sub>2</sub>排出量は年代とともに増加する傾向となっている。永遠に増加し続けることは物理的に不可能なので、いつかには大きく変化メカニズムが変わることが予想される。なお、 $(p_i, q_i)=(-4.55, 1.52)$ で一人あたりCO<sub>2</sub>排出量がマイナスの位置に不動点がある。

次に図4(b)は日本2000年代の動きである。安定軌道で赤い点で示す不動点を目指している動きが見える。年変化は小さい。図4(c)は赤道ギニア2000年代の動きで、うずまき軌道となっている。二指標値は増加から減少に転じ。動きも落ち着きつつある。図4(d)はアルメニア1990年代の動きである。とうげ軌道であるが、のこぎりの歯のような激しい年変化であり不安定な状態が反映された。それに対応するような微分方程式が推定されたが、意味のあるメカニズムとは思えないので、特殊な例と考えられる。実際、結節点は $(p_i, q_i)=(-9.22, 10.60)$ だったのが、アルメニア2000年代では当てはまりがよくないながらも、推計相平面は安定軌道で不動点は $(p_i, q_i)=(1.65, 0.29)$ となり、安定に向かうようなメカニズムの大幅な変化が考えられる。

当てはめによる推定値と実際の値について相関のt検定を行うと、有意水準5%で80セット、有意水準10%で144データセットが有意と判定された。一般的なデータの当てはめでは決定係数が大きければRMSE(平均二乗誤差)は小さいことが期待されるが、本研究のデータの場合はそう

表1 分析対象国家のリスト (\*は2000年代のみ)

Albania	Canada	France	Kenya	Norway	Suriname
Algeria	Cape Verde	Gabon	Kiribati	Oman	Swaziland
Angola	Chile	Gambia	Korea, Rep.	Pakistan	Sweden
Antigua and Barbuda	China	Georgia	Kuwait	Panama	Switzerland
Argentina	Colombia	Germany	Kyrgyzstan	Paraguay	Syrian Arab Republic
Armenia	Comoros	Ghana	Latvia	Peru	Tajikistan
Australia	Congo	Greece	Lebanon	Philippines	Tanzania
Austria	Congo, Dem. Rep.	Grenada	Libya *	Poland	Thailand
Azerbaijan	Costa Rica	Guatemala	Lithuania	Portugal	Togo
Bahamas	Cote d'Ivoire	Guinea-Bissau	Luxembourg	Qatar *	Tonga
Bahrain	Croatia	Guyana	Macedonia, FYR	Romania	Trinidad and Tobago
Bangladesh	Cyprus	Haiti	Malaysia	Russian Federation	Tunisia
Barbados	Czech Republic	Honduras	Maldives	Samoa	Turkey
Belarus	Denmark	Hong Kong SAR, China	Malta	Sao Tome and Principe	Turkmenistan
Belgium	Djibouti	Hungary	Mauritius	Saudi Arabia	Ukraine
Belize	Dominica	Iceland	Mexico	Senegal	United Arab Emirates
Benin	Dominican Republic	India	Moldova	Seychelles	United Kingdom
Bhutan	Ecuador	Indonesia	Mongolia	Singapore	United States
Bolivia	Egypt	Iran, Islamic Rep.	Morocco	Slovakia	Uruguay
Bosnia and Herzegovina	El Salvador	Iraq *	Mozambique	Solomon Islands	Uzbekistan
Botswana	Equatorial Guinea	Ireland	Namibia	South Africa	Vanuatu
Brazil	Eritrea	Israel	Nepal	Spain	Venezuela
Brunei Darussalam	Estonia	Italy	Netherlands	Sri Lanka	Vietnam
Bulgaria	Ethiopia	Japan	New Zealand	St. Kitts and Nevis	Yemen
Cambodia	Fiji	Jordan	Nicaragua	St. Lucia	Zambia
Cameroon	Finland	Kazakhstan	Nigeria	St. Vincent and the Grenadines	

なるとは限らない。当てはめ結果の決定係数とRMSEの関係を散布図にすると図5のようになり、決定係数とRMSEの両方が小さい場合、大きい場合の両方が起きる。データセットの位置が不動点に近い場合に二つの指標値がともに小さい結果がしばしばおきる。例えば日本(1990年代)の当てはめ結果は決定係数=0.35、RMSE=0.15で両者が小さい値となった。日本の社会・産業構造が安定して大きな変化がおきないためと思われる。一方、バーレーン1990年代は決定係数=0.64、RMSE=1.34と両者とも大きい。これは全体としては微分方程式に従った傾向となっているが、年ごとの動きは大きく、また値そのものが大きいためRMSEも大きな値となっていることいえる。

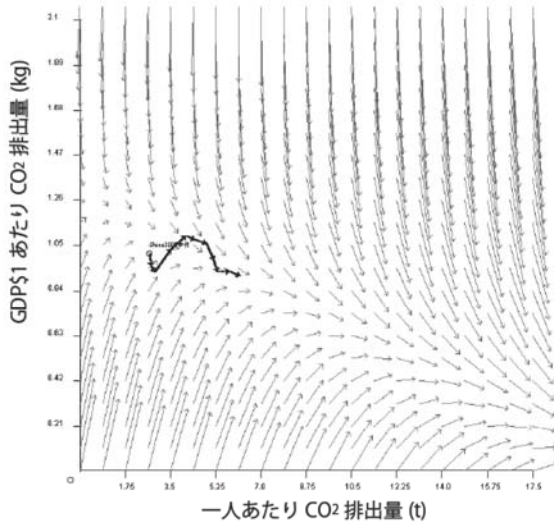


図4(a) 微分方程式の当てはめ結果1 中国2000年代

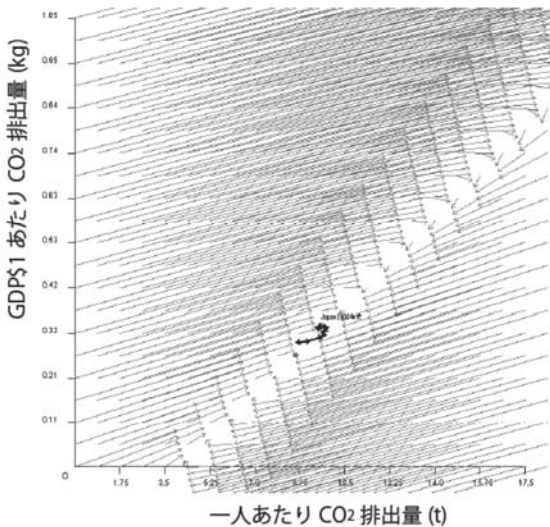


図4(b) 微分方程式の当てはめ結果2 日本2000年代

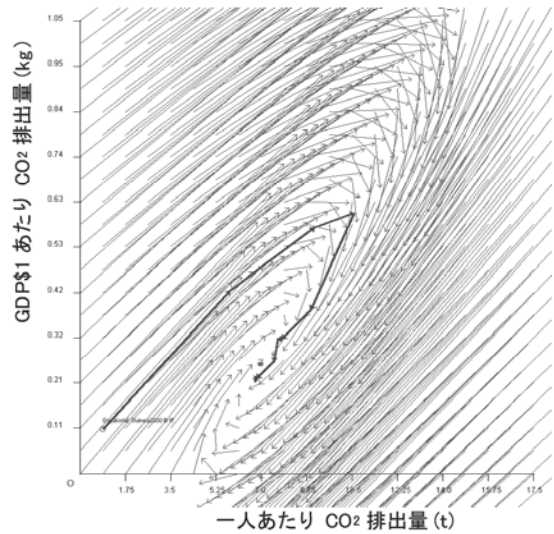


図4(c) 微分方程式の当てはめ結果3 赤道ギニア2000年代

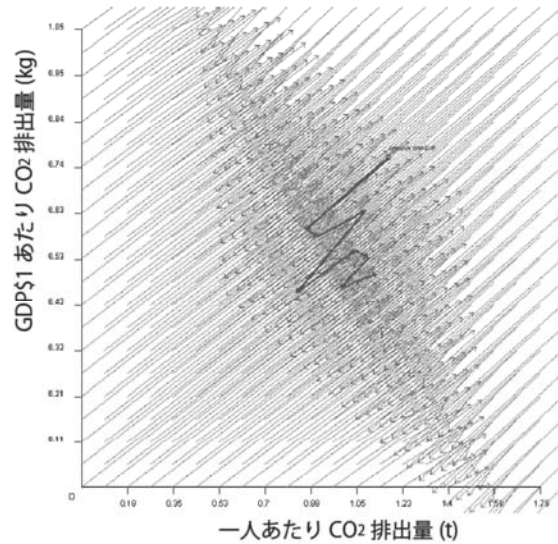


図4(d) 微分方程式の当てはめ結果4 アルメニア1990年代

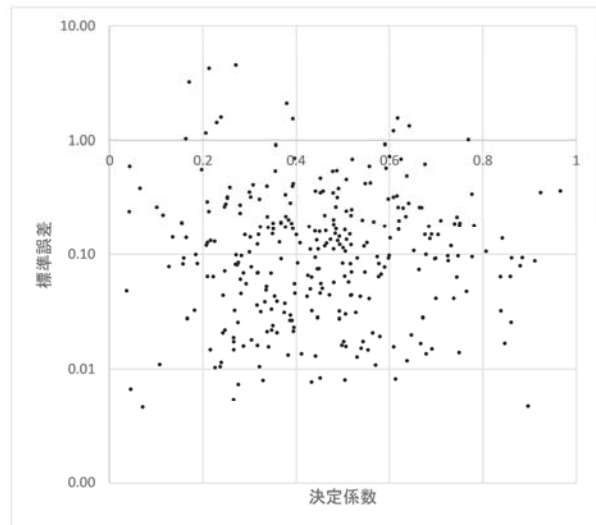


図5 決定係数とRMSE

#### 4. 変化のクラスター分析と代表相平面

データセットごとに求められた6つのパラメータのうち、式(4)に見る4パラメータ $a_i$ ,  $b_i$ ,  $r_i$ ,  $s_i$ を基準化して、クラスター分析を行い、変化の基本的パターンを導く。これは、2階微分方程式(4)の上での考察といえる。微分方程式に載るとはいえないデータセットも少なからずあると考えられるので、それらを除き、少なめの数のいくつかのクラスター上でデータセット間の関係を考えていくことを目的とする。なお、クラスター分析に用いないパラメータとして、定数項、すなわち不動点の位置に関わる変数がある。本研究ではその相違はクラスター分析に用いず、不動点の位置からのずれの大きさの動きの傾向からデータセットを分類整理しようという考えをとる。

クラスター分析(ウォード法)の結果、4クラスターに分類した<sup>4)</sup>。更にクラスターごとに共通パラメータを再推定し、各クラスターの値とした。

共通パラメータ等の結果が表2に示される。クラスター1に最多の155データセット、クラスター2に110データセット、クラスター3に40データセットが属した。これら3つのクラスターは「安定」軌道となり、相平面上で弧を描きながら不動点に向かい、不動点付近で変化が収束する傾向となった。クラスター4はSwaziland:1990年代のデータのみが属する特殊なクラスターで、とうげ点軌道と分類された。これは相平面上で一定の領域に位置するデータは不動点に向かい収束していく傾向にあるが、それ以外の領域に位置するデータは変化が加速して不動点から離れていく、安定・不安定両面を持つ傾向にあることを意味する。

クラスター1とクラスター2のパラメータは似ているが、大きな相違は係数 $b$ の値にある。すなわち、クラスター2は、一人あたりCO<sub>2</sub>排出量の減少幅のGDP1\$あたりのCO<sub>2</sub>排出量の大きさに対する反応量が、クラスター1の四分の一程度に鈍い。すなわち、クラスター2に属するデータセットの国家群は経済的な影響がCO<sub>2</sub>排出量に影響しにくいことがいえる。またクラスター3は係数 $b$ が正值なので、経済的發展が一人あたり排出量の増加に結びついていることを示す。また、3つのクラスターの係数 $r$ はたいへん小さい値なので、一人あたりCO<sub>2</sub>排出量はGDP1\$あたりCO<sub>2</sub>排出量にあまり影響しないといえる。クラスター4、スワジランド90年代は、係数値がどれも非常に大きく、不安定といえる。

クラスター1~4の相平面を図6(a)~(d)に載せる。図6

では不動点は原点となる。

クラスター1、2、3の推計における決定係数は最大でも0.13であり、当てはまりはよくない。微分方程式が当てはまらない動きをしているデータセットや、不動点付近であまり動かず、方程式が意味をなしていないデータセットが多数あることが考えられるので、微分方程式の当てはめが有効なデータセットを選別する必要がある。

表2 クラスター分析結果

2行目は所属データセット代表例	$a$	$b$	$r$	$s$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	所属データセット数
クラスター1	-0.01	-0.21	0.00	-0.06	-0.06	-0.01	155
	中国, インド, 日本90年代, イギリス, アメリカ00年代						
クラスター2	-0.03	-0.05	0.00	-0.05	-0.05	-0.03	110
	コンゴ, グアテマラ, イタリア, オランダ, ノルウェー, 日本00年代						
クラスター3	-0.02	0.02	0.00	-0.03	-0.03	-0.02	40
	アメリカ90年, ガボン, クウェート						
クラスター4	15.60	-67.56	3.86	-16.71	-1.11	0.00	1
	スワジランド90年代						

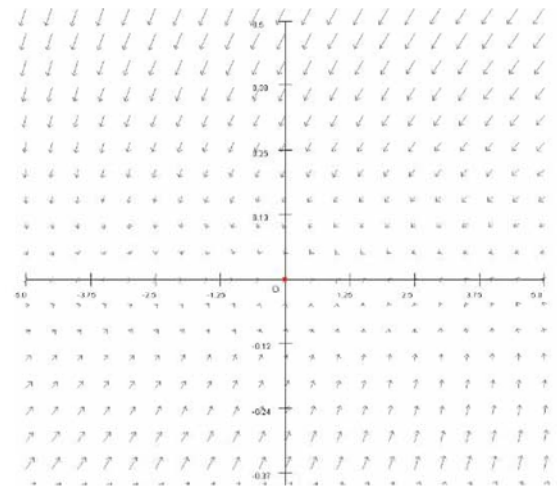


図6(a) クラスター1の相平面(横軸:一人あたり(t), 縦軸:GDP\$1あたり(kg))

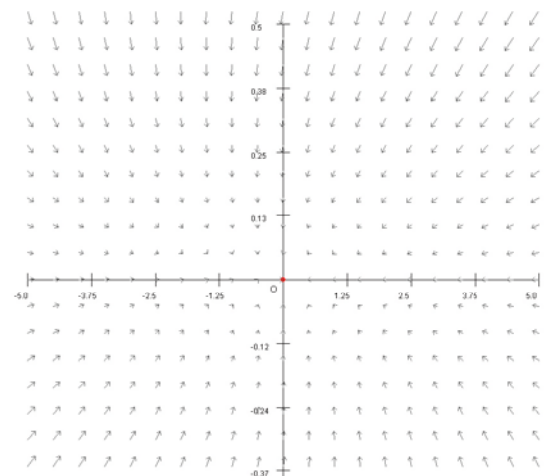


図6(b) クラスター2の相平面(横軸:一人あたり(t), 縦軸:GDP\$1あたり(kg))

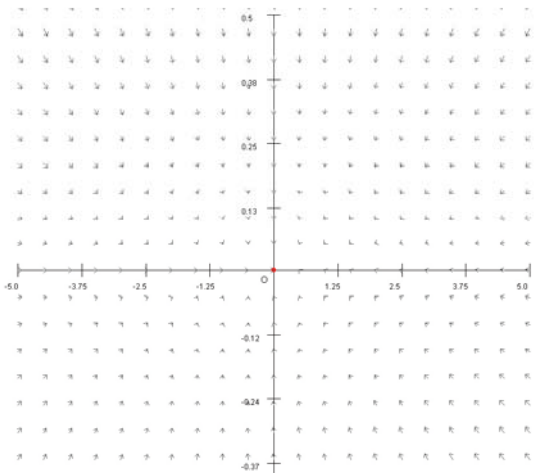


図6(b) クラスタ2の相平面(横軸:一人あたり(t), 縦軸:GDP\$1あたり(kg))

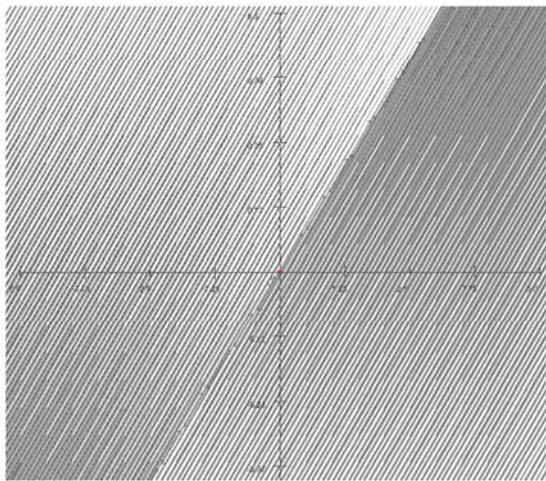


図6(b) クラスタ2の相平面(横軸:一人あたり(t), 縦軸:GDP\$1あたり(kg))

## 5. おわりに:CO<sub>2</sub>排出傾向の貼り合わせ相平面分析の可能性

データセットをクラスターごと微分方程式に当てはめ、方程式が当てはまるデータセットを選び出す方法を議論する。本研究は将来的に、選び出したデータセット間の微分方程式上での位置関係を議論していくことを目指したい。

方程式への当てはめは式(7')を用いた残差二乗和最小化によって行うことができる。ただし、クラスターに共通な係数とデータセット個別の係数が存在するので、式(7')を式(8)のように整理、再構成して推計に用いる必要がある。

$$\begin{bmatrix} x_i(t) \\ y_i(t) \end{bmatrix} = k_{1i} \exp(\lambda_1 t) \begin{bmatrix} b/(\lambda_1 - a) \\ 1 \end{bmatrix} + k_{2i} \exp(\lambda_2 t) \begin{bmatrix} b/(\lambda_2 - a) \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_i \\ u_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここで添え字*i*が書いていない係数はクラスターに共通な係数、データとして手に入るのは(t)が付記された係数となる。すなわち、パラメータ*a*, *b*, *r*, *s*はクラスターに共通の値、パラメータ*k*<sub>1*i*</sub>, *k*<sub>2*i*</sub>, *c*<sub>*i*</sub>, *u*<sub>*i*</sub>はデータセット個別の値をとる。

当てはめは、国家別に残差二乗和の最小化によって行う予定である。ただ、国家群に共通のパラメータと個別のパラメータがあるので、その扱いに気をつける必要がある。

不動点の位置を原点においた図6の相平面の上で分析することになるが、個別パラメータから現れる国家間の追従関係や軌道の微少な相違をどのように整理するかが今後の課題となる。

10年間の変化が少ないデータセットは、クラスター4を除くどのクラスターに当てはめてもそのクラスターの相平面の原点(不動点)付近にデータがあることになり、当てはまりの残差二乗和も小さいことになると考えられる。その場合、複数のクラスターに属することが可能なデータセットとして整理できると思われる。

以上のことも含め、本研究の次段階の課題は、国家群データの貼り合わせ分析とその意味の考察を進めていくこととなろう。

### 参考文献・資料

- 1) 浅野・和達(1987) 常微分方程式,講談社.
- 2) 古藤 浩(2009) GWRの応用による世界120ヶ国のエネルギー消費傾向の視覚化と予測.地理情報システム学会講演論文集,Vol.18,pp.433-438.
- 3) 古藤浩(2011) ベクトル場作成による二酸化炭素排出量の国家群分析.東北芸術工科大学紀要,Vol. 18/19. pp.48-61.
- 4) 柳井久江(2005) エクセル統計 実用多変量解析,OMS出版.
- 5) 柳井浩(2009) 数理モデル 基礎数理講座4,朝倉書店.
- 6) UN data(2014) Carbon dioxide emissions , metric tons of CO<sub>2</sub> per capita, etc.http://data.un.org/ 最終アクセス 26/8/2015
- 7) Edgar(2013): Trends in CO<sub>2</sub> emissions per region/country 1990-2012 per region/country
- 8) 古藤浩 (2015) 諸国家CO<sub>2</sub>排出量変化の微分方程式.2015年 日本OR学会春季研究発表会アブストラクト集,pp. 250-251.